

EXAMEN DU BACCALAURÉAT — SESSION 2025 — 2nd Tour — Série D

Calculatrice non autorisée | Coefficient : 3 | Durée : 4 heures

EXERCICE 4 PTS

Dans cet exercice, toutes les questions sont indépendantes. Pour les 4 questions, reproduis le tableau ci-dessous et complète-le par la lettre correspondant à la bonne réponse.

Numéro de la question	1	2	3	4
Lettre correspondant à la bonne réponse				

- 1) La solution g de l'équation différentielle $2(y' - y) = y$ qui prend la valeur 2 en 1 est :
- a. $g : x \mapsto 2e^{\frac{3}{2}(x-1)}$ b. $g : x \mapsto 2e^{-\frac{3}{2}x+2}$ c. $g : x \mapsto 2e^{\frac{3}{2}(x+\frac{1}{3})}$ d. $g : x \mapsto 2e^{\frac{3}{2}(x-\frac{1}{3})}$
- 2) Soit la série statistique suivante :

Rang de l'année x_i	1	2	3	4
Milliers y_i	15	20	35	40

- L'équation de la droite d'ajustement de cette série statistique par la méthode de Mayer est :
- a. $y = 5x + 10$ b. $y = x + 14$ c. $y = 10x + 2,5$ d. $y = 2,5x + 27,5$
- 3) Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$. Soit (C) la courbe dont une représentation paramétrique est $\begin{cases} x(t) = \sin 3t \\ y(t) = \cos 2t \end{cases} t \in \mathbb{R}$.
- Les points $M(t)$ et $M(t + \pi)$ sont symétriques par rapport à :
- a. l'axe des abscisses b. la droite d'équation $y = x$ c. l'axe des ordonnées d. l'origine du repère
- 4) L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

On donne $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC} = -4\vec{i} + 4\vec{k} + 2\vec{j}$.

Quelles sont les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$?

- a. $\begin{pmatrix} -12 \\ 12 \\ 6 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 12 \\ 12 \\ 6 \end{pmatrix}$ d. $\begin{pmatrix} -6 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}$

PROBLÈME 11 PTS

PARTIE A (2,75 PTS)

On considère la fonction u définie sur $] -\infty ; 0]$ par : $u(x) = -2xe^x + e^{2x} + 1$.

- 1)
- a- Calcule $u'(x)$, la dérivée de la fonction u . (0,5 pt)

b– En déduis le sens de variation de u . (0,5 pt)

c– Dresse le tableau de variation de la fonction u sur $] -\infty ; 0]$. (On calculera les limites aux bornes de $] -\infty ; 0]$.) (0,5 pt)

2) Soit h la fonction définie sur $[0 ; +\infty[$ par $h(x) = x - \ln(x + 1)$.

a– Calcule $h'(x)$, la dérivée de la fonction h . (0,5 pt)

b– Étudie le sens de variation de la fonction h . (0,25 pt)

c– Calcule $h(0)$ puis en déduis le signe de $h(x)$ sur $[0 ; +\infty[$. (0,5 pt)

PARTIE B (7,25 PTS)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \begin{cases} -xe^{2x} - 1 + x + e^{2x} - 1 & \text{si } x \leq 0 \\ \left(1 + \frac{1}{x}\right) \ln(1 + x) - 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ d'unité graphique 2 cm.

1) Étudie la continuité de f en 0. (0,75 pt)

2) Étudie la dérivabilité de f en 0 puis interprète graphiquement le résultat.

(On admettra que $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1 + x) + x}{x^2} = \frac{1}{2}$.) (1 pt)

3) Calcule $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. (0,5 pt)

4) Montre que $\forall x > 0, f'(x) = \frac{h(x)}{x^2}$. (0,5 pt)

5) En déduis le sens de variation de f . (0,5 pt)

6) Dresse le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$. (0,5 pt)

7)

a– Montre que la droite (Δ) d'équation $y = x - 1$ est une asymptote à (C) en $-\infty$. (0,5 pt)

b– Étudie la position relative de la courbe (C) par rapport à la droite (Δ) . (0,5 pt)

c– Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis interprète graphiquement le résultat. (0,5 pt)

8) Construis (Δ) et (C) . (1,25 pt)

PARTIE C (1 PT)

1) Détermine les réels a et b pour que la fonction $x \mapsto (ax + b)e^{2x}$ soit une primitive de $x \mapsto -xe^{2x} + e^{2x}$ pour $x \leq 0$. (0,5 pt)

2) Calcule, en cm^2 , l'aire A du domaine limité par (C) , la droite (Δ) et les droites d'équations $x = -\ln 2$ et $x = 0$. (0,5 pt)

SITUATION D'INTÉGRATION

5 PTS

Wousofo est la présidente d'une association caritative qui organise un événement public pour collecter des fonds. Cet événement a lieu dans un grand parc et inclut d'autres activités : des jeux, des concerts et des stands de vente de produits divers. Les fonds collectés servent à financer des projets d'aide aux déplacés internes.

Deux points de collecte des dons sont installés dans le parc et leurs emplacements sont représentés dans un repère orthonormal $(O; \vec{u}; \vec{v})$ d'unité 100 m par les affixes respectifs $z_1 = 4 + 4i$ et $z_2 = -4 + 4i$.

Lors de cet événement, un concours est organisé pour motiver les participants. L'association prévoit 200 participants au total. Parmi ces participants, 50 recevront un lot attribué par tirage au sort et sur ces 50 lots, 30 sont des lots spéciaux, qui seront attribués à un sous-groupe parmi les gagnants.

De plus, l'association réalise chaque année une collecte annuelle de fonds pour des projets humanitaires. En 2014 la somme collectée est de 3 250 000 F CFA. Grâce à l'engagement croissant des donateurs, cette somme augmente de 8% chaque année.

La présidente souhaite connaître la distance entre les points de collecte, les orientations des nombres complexes par rapport à l'axe horizontal, la probabilité qu'un participant tire un lot spécial parmi les 30 lots spéciaux et la somme collectée en 2024.

Elle te sollicite, toi élève en classe de Terminale D pour répondre à ses préoccupations.

À partir de tes connaissances mathématiques et à travers une production argumentée, détermine :

- 1) La distance entre les deux points de collecte, et l'orientation de chaque nombre complexe par rapport à l'axe horizontal. (1,5 pt)
- 2) La probabilité qu'un participant tire un lot spécial parmi les 30 lots spéciaux. (1,5 pt)
- 3) La somme totale qui est collectée en 2024. (1,5 pt)

Présentation : (0,5 pt)

Données : $(1,08)^{10} \approx 2,16$ / $(1,08)^{11} \approx 2,33$