

EXAMEN DU BACCALAURÉAT — SESSION 2025 — 1^{er} Tour — Série D

Calculatrice non autorisée | Coefficient : 5 | Durée : 4 heures

EXERCICE 4 PTS

Dans cet exercice, toutes les questions sont indépendantes. Reproduis le tableau ci-dessous et complète-le par la lettre correspondant à la bonne réponse.

Numéro de la question	1	2	3	4
Lettre correspondant à la bonne réponse				

1) La solution particulière f de l'équation différentielle $y'' + 4y = 0$ telle que $f(\pi) = -1$ et $f'(\pi) = 0$.

a) $f(x) = \sin 2x$ b) $f(x) = \sin 2x - \cos 2x$ c) $f(x) = \cos 2x$ d) $f(x) = -\cos 2x$

2) La probabilité du succès est $\frac{1}{5}$ lors de chacune des 10 épreuves d'un schéma de Bernoulli. L'espérance mathématique de la variable aléatoire X associée à cette expérience aléatoire est :

a) 50 b) $\frac{1}{5}$ c) 2 d) 10

3) L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. On considère les points $A(3; 2; 4)$, $B(0; 3; 5)$, $C(0; 2; 1)$ et $D(3; 1; 0)$.

Les coordonnées du point E telles que $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AD}$ sont :

a) $(2; -2; 5)$ b) $(-3; 2; 5)$ c) $(5; 2; -3)$ d) $(-2; 2; -5)$

4) On considère l'équation (E) définie par $-z^2 + 2iz + 1 + i = 0$. Les solutions de (E) sont :

a) $z_1 = \frac{\sqrt{2} + (2 - \sqrt{2})i}{2}$ et $z_2 = \frac{\sqrt{2} + (2 + \sqrt{2})i}{2}$

b) $z_1 = \frac{\sqrt{2} + (2 + \sqrt{2})i}{2}$ et $z_2 = \frac{-\sqrt{2} + (2 - \sqrt{2})i}{2}$

c) $z_1 = \frac{\sqrt{2} + (2 + \sqrt{2})i}{2}$ et $z_2 = \frac{-\sqrt{2} + (2 + \sqrt{2})i}{2}$

d) $z_1 = \frac{\sqrt{2} - (2 - \sqrt{2})i}{2}$ et $z_2 = \frac{-\sqrt{2} + (2 + \sqrt{2})i}{2}$

PROBLÈME 11 PTS

PARTIE A (3 PTS)

1) Résous l'équation différentielle $(E) : 2y' - y = 0$ dont l'inconnue est une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. (0,5 pt)

2) On considère l'équation différentielle $(E') : 2y' - y = (1 - x)e^{\frac{x}{2}}$.

a– Détermine deux réels m et p tels que la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (mx^2 + px)e^{\frac{x}{2}}$ soit la solution de (E') . (0,5 pt)

b– Soit g une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

i) Montre que g est solution de (E') si et seulement si $g - f$ est solution de (E) . (1 pt)

ii) Résous l'équation (E') . (0,5 pt)

3) Détermine la solution g_0 de (E') dont la courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ passe par le point $A(1; 0)$. (0,5 pt)

PARTIE B (6 PTS)

Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = -\frac{1}{4}(x-1)^2 e^{\frac{x}{2}}$.

On désigne par (C) sa courbe dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$. Unité graphique : 1 cm.

1) Calcule les limites de h en $-\infty$ et en $+\infty$. (1 pt)

2) Étudie la dérivabilité de h sur $\mathbb{R}$. (0,5 pt)

3) Montre que pour tout réel x : $h'(x) = -\frac{1}{8}(x-1)(x+3)e^{\frac{x}{2}}$. (0,5 pt)

4) En déduis le sens de variation de h . (0,5 pt)

5) Dresse le tableau de variation de h . (0,5 pt)

6) Soit k la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $k(x) = -e^{\frac{x}{2}}$ et (T) sa courbe représentative.

a– Étudie les positions relatives de (C) et (T) . (0,75 pt)

b– Construis la courbe (C) dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (1,5 pt)

7)

a– Détermine les trois réels a , b et c tels que la fonction H définie par $H(x) = (ax^2 + bx + c)e^{\frac{x}{2}}$ soit une primitive de $h(x)$ sur tout $\mathbb{R}$. (0,75 pt)

b– Calcule en cm^2 l'aire A du domaine du plan limité par la courbe (C) , (T) et les droites d'équations $x = -1$ et $x = 3$. (0,5 pt)

PARTIE C (2 PTS)

On considère la suite (U_n) définie pour tout entier naturel n par $U_n = \int_{n+1}^{n+2} -h(t) dt$.

1) Interprète graphiquement U_0 . (0,5 pt)

2)

a– Démontre que pour tout entier naturel n : $-h(n+1) \leq U_n \leq -h(n+2)$. (0,5 pt)

b– En déduis le sens de variation de la suite (U_n) . (0,5 pt)

3) La suite (U_n) est-elle convergente ? Justifie ta réponse. (0,5 pt)

Donnée : $e^{-\frac{1}{2}} \approx 0,2$

SITUATION D'INTÉGRATION

5 PTS

L'association "Agri-Partner" est située à Ouahigouya, Burkina Faso. Elle vend la tonne de pommes de terre au prix de 300 000 F CFA, avec une augmentation de 4% chaque année. L'association souhaite satisfaire une commande de 1000 tonnes à la 10^e année, investir dans un centre agroalimentaire capitalisé à 50 000 000 F CFA (en investissant 30% du chiffre d'affaires de la 10^e année), et atteindre un chiffre d'affaires de 300 000 000 F CFA d'ici la 10^e année.

Tableau : Évolution de la production (en tonnes)

Année X_i	1	2	3	4	5	6
-------------	---	---	---	---	---	---

Année X_i	1	2	3	4	5	6
Production Y_i	50	75	100	120	150	180

- 1) L'association pourra-t-elle satisfaire la commande de 1000 tonnes de pommes de terre à la 10^e année ? (1,5 pt)
- 2) En supposant que la production atteigne 1000 tonnes à la 10^e année, l'association pourra-t-elle investir dans le centre de transformation avec un capital de départ de 50 000 000 F CFA ? (1,5 pt)
- 3) En considérant que la production reste stable à 1000 tonnes à partir de la 10^e année, combien d'années supplémentaires seront nécessaires pour atteindre un chiffre d'affaires annuel de 500 000 000 F CFA ? (1,5 pt)

Présentation : (0,5 pt)

Données : $(1,04)^{10} \approx 1,48$ / $\ln(1,13) \approx 0,12$ / $\ln(1,04) \approx 0,04$