

BACCALAURÉAT — SESSION 2024 · 1^{er} TOUR

Durée : 4 h | Coefficient : 5 | Unité graphique : 1 cm | Calculatrice non autorisée

MENAPLN/SG/DGEC — EXAMEN DU BACCALAURÉAT 2024

EXERCICE 1 4 PTS

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$ d'unité graphique 2 cm.

- 1) Écrire $a = (3 - i)^2$ sous la forme algébrique.
- 2) On considère le polynôme P défini par $P(z) = z^3 + (-1 + i)z^2 + (2 + 2i)z + 8i$.

a– Démontrer que l'équation $P(z) = 0$ admet une unique solution imaginaire pure αi avec $\alpha \in \mathbb{R}^*$.
b– Déterminer les nombres complexes a, b et c tels que $P(z) = (z - \alpha i)(az^2 + bz + c)$.
c– Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$.
- 3) On considère les points A, B et C d'abscisses respectives $-1 - i, 2 - 2i, 2i$.

a– Placer les points A, B et C dans le repère.
b– Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifier.
c– Déterminer l'abscisse du point D , image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.
- 4) On considère le point E d'abscisse $2 + 2i$.

a– Placer le point E dans le repère.
b– Démontrer que les points A, B, C et E sont situés sur un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.

EXERCICE 2 4 PTS

Le tableau suivant, extrait du rapport d'activités 2020 de l'Autorité de Régulation du secteur de l'Énergie, donne la consommation d'électricité des Burkinabès en gigawattheure (GWh) entre 2015 et 2020.

Années	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6
Consommation (GWh) y_i	1200	1317	1452	1568	1686	1858

On prendra 1 cm pour l'unité des rangs en abscisse et 1 cm pour 100 GWh en ordonnée, avec 1000 GWh à l'origine des ordonnées.

- 1)

a– Représenter le nuage de points associé à cette série.
b– Un ajustement affine de ce nuage paraît-il possible ? Justifier.
- 2) Soient A le point moyen du sous-nuage des trois premiers points et B le point moyen du sous-nuage des trois derniers.

a– Calculer les coordonnées de A et B .
b– Placer A et B dans le repère puis tracer la droite (AB) .
c– Déterminer une équation réduite de la droite de régression (AB) .

3) En admettant que cette évolution se poursuit :

a– Quelle sera en GWh la consommation d'électricité en 2023 ?

b– Déterminer l'année à laquelle cette consommation sera de 5641 GWh .

PROBLÈME 12 PTS

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x + 1} & \text{si } x \in]-\infty ; 2[\\ \sqrt{x^2 - x - 2} & \text{si } x \in [2 ; +\infty[\end{cases}$$

On appelle (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'unité graphique 1 cm.

PARTIE A

1) Montrer que l'ensemble de définition de f est $D_f =]-\infty ; -1[\cup]-1 ; +\infty[$.

2)

a– Calculer les limites de f aux bornes de D_f . Interpréter géométriquement la limite de f en -1 .

b– Montrer que la droite d'équation $y = x - \frac{1}{2}$ est une asymptote à (C) en $+\infty$.

3)

a– Déterminer les réels a, b et c tels que pour tout $x \in]-\infty ; 2[$ l'on ait $f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 1}$.

b– En déduire que (D) d'équation $y = x - 1$ est une asymptote à (C) en $-\infty$.

4) Étudier la continuité de f en 2.

5)

a– Calculer $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ et $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$, puis déduire la dérivabilité de f en 2.

b– Interpréter géométriquement les résultats précédents.

PARTIE B

1)

a– Étudier les variations de f sur $]-\infty ; -1[\cup]-1 ; 2[$ et sur $]2 ; +\infty[$.

b– Dresser le tableau de variation de f .

2) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0.

3) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de (C) avec l'axe des abscisses.

4) Tracer (T) , les asymptotes, les demi-tangentes au point d'abscisse 2 et (C) .

PARTIE C

1) Donner une primitive F de f sur $]-\infty ; -1[$.

(On pourra utiliser la question 3.a) de la Partie A.)

2) Soit A l'aire de la partie du plan délimitée par (C) , la droite (D) et les droites d'équations $x = -5$ et $x = -2$.

a– Hachurer sur le graphique l'aire A .

b– Calculer A en cm^2 .

3) On considère Σ , la portion du plan comprise entre les droites d'équations $x = 2$ et $x = 3$, l'axe des abscisses et la courbe (C) . On note V le volume engendré par la rotation complète de Σ autour de l'axe des abscisses. Calculer V en cm^3 .

PARTIE D

Soit la fonction définie par $g(x) = |f(x)|$ et (Γ) sa représentation graphique.

- 1)** Sans étudier la fonction g , tracer (Γ) à l'aide de (C) . Expliquer la construction.
- 2)** Déterminer graphiquement le nombre de solutions sur D_g de l'équation $g(x) = m$ où m est un réel donné.

On donne : $\ln 2 \approx 0,69$.