

BAC D SESSION DE 2022 — 1^{er} Tour

Durée : 4 h | Unité graphique : 2 cm | Toute calculatrice non programmable autorisée

EXERCICE 1 4 PTS

L'espace est rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ d'unité graphique 2 cm. Soient les points $A(1; 2; -1)$, $B(2; 0; 1)$, $C(2; 3; 1)$ et $D(3; -2; 2)$.

1)

a– Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.

b– Les points A, B, C déterminent-ils un plan ? Justifier.

c– Les points A, B, C et D sont-ils coplanaires ?

2) Calculer en cm^2 l'aire du triangle ABC .

3) Calculer en cm^3 le volume du tétraèdre $ABCD$.

EXERCICE 2 4 PTS

Lors d'une campagne publicitaire, un agent commercial d'une société dispose dans son sac de 20 tee-shirts dont trois (03) de couleur noire, sept (07) de couleur blanche et dix (10) de couleur jaune. Il tire au hasard et simultanément de son sac trois tee-shirts qu'il remet à un client.

1) Calculer la probabilité des événements suivants :

E : « Parmi les trois tee-shirts figurent un noir et au moins un jaune »

F : « Les trois tee-shirts sont toutes de couleurs différentes »

2)

a– Calculer la probabilité que les trois tee-shirts soient toutes de couleurs différentes sachant qu'y figurent un seul tee-shirt noir et au moins un tee-shirt jaune.

b– Soit X la variable aléatoire réelle égale au nombre de tee-shirts blancs obtenus par le client.

- Déterminer la loi de probabilité de X .
- Calculer l'espérance mathématique de X .
- Déterminer la fonction de répartition de X .

PROBLÈME 12 PTS

On considère la fonction f définie sur $] -1; +\infty[$ par :

$$f(x) = \begin{cases} -x + 2 \ln(1+x) & \text{si } x \in]-1; 0[\\ x - 1 + e^{-x} & \text{si } x \in [0; +\infty[\end{cases}$$

de courbe représentative (C) dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'unité graphique 2 cm.

1)

a– Étudier la continuité de f en 0.

b– Étudier la dérivabilité de f en 0. Interpréter graphiquement le résultat.

2)

a– Calculer $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat.

b– Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

c– Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = x - 1$ est une asymptote oblique à (C) au voisinage de $+\infty$.

3)

a– Déterminer le sens de variations de f sur $] -1 ; 0[$ puis sur $]0 ; +\infty[$ et dresser le tableau de variation de f .

b– Tracer la courbe (C) et ses asymptotes.

4) Soit h la restriction de f à l'intervalle $] -1 ; 0[$.

a– Montrer que h admet une bijection réciproque h^{-1} dont on précisera l'ensemble de définition.

b– Construire en pointillés la courbe (Γ) de h^{-1} dans le même repère que (C) . Justifier la construction.

PARTIE B

1) On considère un réel α supérieur à 1. Soit $A(\alpha)$ l'aire de la partie du plan délimitée par les droites d'équation $x = 1$, $x = \alpha$, $y = x - 1$ et la courbe (C) .

a– Calculer en cm^2 l'aire $A(\alpha)$ en fonction de α .

b– Calculer $\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} A(\alpha)$.

2) On considère Σ la portion du plan comprise entre les droites d'équation $x = 0$, $x = 1$, l'axe des abscisses et la courbe (C) . On note V le volume engendré par la rotation complète de Σ autour de l'axe des abscisses.

a– Calculer en intégrant par parties $I = \int_0^1 (x - 1)e^{-x} dx$.

b– Calculer V en cm^3 .

On donne : $e \approx 2,7$.