

BAC D SESSION DE 2019 — 2nd Tour

Durée : 4 h | Unité graphique : 4 cm | Toute calculatrice non programmable autorisée

EXERCICE 1 4 PTS

Soit (Γ) la courbe paramétrée définie par :

$$\begin{cases} x(t) = \sin t \\ y(t) = \cos 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

On considère $M(t)$ le point de coordonnées $(x(t); y(t))$.

1) Comparer :

a– $M(t + 2\pi)$ et $M(t)$.

b– $M(-t)$ et $M(t)$.

c– $M(\pi - t)$ et $M(t)$.

2) Étudier les éléments de symétrie pour la courbe (Γ) . Justifier qu'on peut réduire le domaine d'étude de (Γ) à l'intervalle $I = \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

3) Étudier les variations de x et y et donner leurs variations dans un tableau commun pour $t \in I$.

4)

a– Déterminer les équations des tangentes à la courbe (Γ) aux points de paramètres respectifs $0, \frac{\pi}{3}$ et $\frac{\pi}{2}$.

b– Construire (Γ) et les tangentes aux points de paramètres respectifs $0, \frac{\pi}{3}$ et $\frac{\pi}{2}$. (Unité graphique : 4 cm.)

EXERCICE 2 4 PTS

On munit l'espace d'un repère orthonormal direct $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ et on considère les points A, B et C tels que :

$$A(-1; 2; -3), \overrightarrow{AB} = 3\vec{i} + \vec{k} - 2\vec{j}, C(0; -2; 0).$$

1) Déterminer les coordonnées du point B .

2) Soit D un point de l'espace tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

a– Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$. En déduire la nature exacte du quadrilatère $ABCD$.

b– Calculer les coordonnées du point D .

3) Calculer (en unité de longueur) la distance :

a– d_1 du point O à la droite (AB) .

b– d_2 du point O au plan (ABC) .

4) Calculer (en unité de volume) le volume v de la pyramide de $ABCD$ et de sommet O .

PROBLÈME 12 PTS

PARTIE A (4 PTS).

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 1 - (x^2 - 4x + 5)e^{-x+1}$.

- 1) Calculer les limites de g aux bornes de son ensemble de définition.
- 2) Étudier le sens de variation de g puis dresser son tableau de variation.
- 3)
 - a– Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α et que $\alpha \in [1,35 ; 1,36]$.
 - b– En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x .

PARTIE B (5 PTS).

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x - 3 + (x^2 - 2x + 3)e^{-x+1}$.

On note (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$; unité 2 cm.

- 1) Calculer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.
- 2)
 - a– Montrer que $f'(x) = g(x)$ pour tout réel x , avec f' la dérivée de f . Étudier le sens de variation de f .
 - b– Dresser le tableau de variation de f .
- 3)
 - a– Montrer que la droite (D) d'équation $y = x - 3$ est asymptote oblique à (C) en $+\infty$.
 - b– Étudier la position relative de la courbe (C) par rapport à (D) .
 - c– Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 1.
- 4) Tracer (D) , (T) et (C) .

PARTIE C (3 PTS).

- 1) À l'aide d'une double intégration par parties, calculer l'intégrale :

$$I = \int_1^{\alpha} (x^2 - 2x + 3) e^{-x+1} dx$$

- 2) En déduire l'aire $A(\alpha)$ (en cm^2) du domaine plan délimité par les droites d'équations $x = 1$, $x = \alpha$, $y = 0$ et la courbe (C) .

On donne : $e^{-0,35} \simeq 0,7$; $e^{-0,36} \simeq 0,69$; $e \simeq 0,36$; $f(\alpha) \simeq -0,2$.